

Física I -2009/2010

5ª Série - Força e Movimento II - Resolução

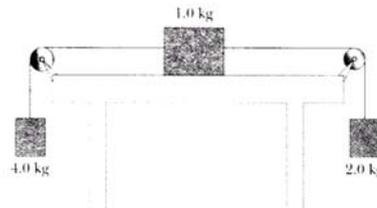
Questões:

Q1 - Quando um avião faz um "loop" por dentro num plano vertical, em que ponto parece o piloto estar mais pesado? Qual a força de constangimento que actua sobre o piloto?

Q2 - Um balde de água pode ser posto a rodar segundo uma trajectória vertical de forma que a água não se espalha. Porque é que a água fica dentro do balde mesmo quando este passa por cima da sua cabeça?

Problemas:

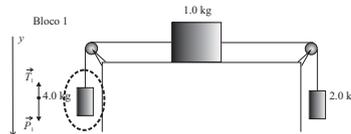
P1 - Três corpos estão ligados e assentes numa mesa, como se mostra na figura. O coeficiente de atrito cinético entre as superfícies dos corpos e a da mesa é de 0.35 e as roldanas não têm atrito. As massas dos três corpos são, respectivamente, 4.0 kg, 1.0 kg, e 2.0 kg.



Determine:

a) O módulo da aceleração de cada bloco;

Vamos isolar, em primeiro lugar, os três blocos e tratá-los separadamente.

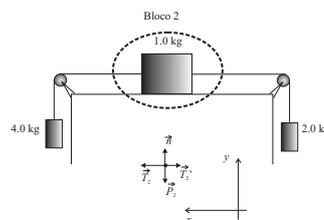


Para o bloco da esquerda (1):

$$\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

ou, com um eixo vertical dirigido para baixo (y):

$$-T_1 + m_1 g = m_1 a_1$$



Para o bloco do centro (2)

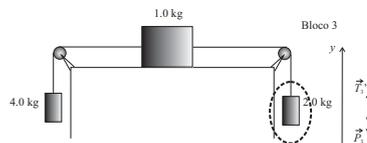
$$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}'_2 + \vec{f}_c = m_2 \vec{a}_2$$

ou, com o eixo dos x dirigido para a esquerda e com o eixo dos y dirigido para cima:

$$x : T_2 - T'_2 - f_c = m_2 a_2$$

$$y : -P_2 + N_2 = 0$$

$$f_c = \mu_c N_2$$



Para o bloco da direita (3):

$$\vec{T}_3 + \vec{P}_3 = m_3 \vec{a}_3$$

ou, com um eixo dirigido para cima,

$$T_3 - m_3 g = m_3 a_3$$

Como o sistema se move solidariamente, temos ainda, com as direcções escolhidas para os eixos,

$$a_1 = a_2 = a_3 = a$$

e

$$T_1 = T_2$$

$$T'_2 = T_3$$

De modo que o conjunto de equações se reduz a

$$-T_1 + m_1 g = m_1 a$$

$$T_1 - T_3 - f_c = m_2 a$$

$$f_c = \mu_c N_2$$

$$-P_2 + N_2 = 0$$

$$T_3 = m_3 (a + g)$$

$$-m_3 g - m_3 a - \mu_c m_2 g - m_2 a + m_1 g = m_1 a$$

$$a (m_1 + m_2 + m_3) = g (m_1 - \mu_c m_2 - m_3)$$

$$a = \frac{m_1 - \mu_c m_2 - m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g$$

$$= \frac{4.0 \text{ kg} - 0.35 \times 1.0 \text{ kg} - 2.0 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg} + 1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg}}$$

$$= 0.24 \text{ m/s}^2.$$

b) a tensão em cada uma das duas cordas.

$$T_1 = m_1 (g - a)$$

$$= 4.0 \text{ kg} (10 \text{ m/s}^2 - 0.24 \text{ m/s}^2)$$

$$= 39.0 \text{ N}$$

$$T_3 = m_3 (a + g)$$

$$= 2.0 \times (0.24 + 10)$$

$$= 20.5 \text{ N.}$$

P2 - Um rapaz sobe a encosta de um monte, com 15° de inclinação, arrastando o seu trenó com o peso de 60.0 N , a velocidade constante. Puxa o trenó através de uma corda atada a este último, exercendo uma força de módulo 25 N . Se a corda tiver uma inclinação de 35° em relação à horizontal, qual é o coeficiente de atrito cinético entre o trenó e a neve? No cimo do monte, o rapaz salta para cima do trenó e escorrega pelo monte abaixo. Qual o módulo da sua aceleração na descida?

As forças que actuam no trenó são

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{f}_c = m\vec{a}$$

Com o eixo dos x dirigido para cima, obtemos as equações escalares:

$$\begin{aligned} x & : T \cos \alpha - mg \sin \theta - f_c = 0 \\ y & : T \sin \alpha - mg \cos \theta + N = 0 \\ f_c & = \mu_c N \end{aligned}$$

com $\theta = 15^\circ$, $\alpha = 20^\circ$.

Temos, assim,

$$\begin{aligned} f_c & = T \cos \alpha - mg \sin \theta \\ \mu_c (mg \cos \theta - T \sin \alpha) & = T \cos \alpha - mg \sin \theta \\ \mu_c & = \frac{T \cos \alpha - mg \sin \theta}{mg \cos \theta - T \sin \alpha} \\ & = \frac{25 \text{ N} \times \cos 20^\circ - 60 \text{ N} \times \sin 15^\circ}{60 \text{ N} \times \cos 15^\circ - 25 \text{ N} \times \sin 20^\circ} \\ & = 0.16 \end{aligned}$$

Na descida, as forças são

$$\vec{N}' + \vec{f}'_c + \vec{P}' = m'\vec{a}$$

ou

$$\begin{aligned} x & : -f'_c + P' \sin 15^\circ = m'a \\ y & : N' - P' \cos 15^\circ = 0 \\ f'_c & = \mu_c N' \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} m'a & = -\mu_c m'g \cos 15^\circ + m'g \sin 15^\circ \\ a & = g (\sin 15^\circ - \mu_c \cos 15^\circ) \\ a & = -0.16 \times 10 \times \cos 15^\circ + 10 \times \sin 15^\circ \\ & = 1.0 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

P3 - Uma caixa é transportada num camião que viaja horizontalmente com velocidade de módulo 15 m s^{-1} . O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o camião é 0.40 . Determine a distância mínima de paragem para o camião de forma a que a caixa não escorregue.

Na travagem, a caixa é actuada pelas forças:

$$\begin{aligned} \vec{f}_e + \vec{P} + \vec{N} & = m\vec{a} \\ x & : -f_e = ma \\ y & : N - P = 0 \end{aligned}$$

A distância mínima corresponde à aceleração provocada pela força de atrito estático máxima:

$$\begin{aligned} f_{e_{\max}} &= \mu_e N \\ &= \mu_e mg \end{aligned}$$

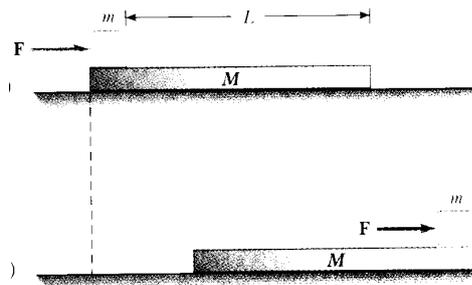
e

$$\begin{aligned} a &= -\mu_e g \\ &= -0.40 \times 10 \text{ m/s}^2 \\ &= -4.0 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

A distância mínima de travagem é, pois,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-v_0^2}{2a} \\ &= \frac{-(15 \text{ m/s})^2}{-2 \times 4.0 \text{ m/s}^2} \\ &= 28 \text{ m}. \end{aligned}$$

P4 - Um bloco A de massa $m = 2.00 \text{ kg}$ está em repouso sobre a extremidade esquerda de um bloco B de comprimento $L = 3.00 \text{ m}$ e massa $M = 8.00 \text{ kg}$. O coeficiente de atrito cinético entre os dois blocos é 0.300 e a superfície sobre a qual está o bloco B não tem atrito. Uma força constante horizontal de módulo $F = 10.0 \text{ N}$ está aplicada no bloco A colocando-o em movimento como se mostra na figura.



a) Quanto tempo demora o bloco A a chegar à extremidade direita do bloco B, (como se mostra em b)?)

Forças a actuar no bloco A:

$$\begin{aligned} \vec{N}_A + \vec{P}_A + \vec{F} + \vec{f}_e &= m_A \vec{a}_A \\ x &: F - f_e = m_A a_A \\ y &: N_A - P_A = 0 \\ f_e &= \mu_e N_A \\ a_A &= \frac{F}{m_A} - \mu_e g \\ &= \frac{10 \text{ N}}{2 \text{ kg}} - 0.300 \times 10 \text{ m/s}^2 \\ &= 2.0 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

As forças que actuam no bloco B são

$$\begin{aligned}
 \vec{f}'_e + \vec{N}'_B + \vec{N}_B + \vec{P}_B &= m_B a_B \\
 f'_e &= m_B a_B \\
 f'_e &= f_e = \mu_e m_A g \\
 \mu_e m_A g &= m_B a_B \\
 a_B &= \mu_e g \frac{m_A}{m_B} \\
 &= 0.300 \times 10 \text{ m/s} \times \frac{2.0 \text{ kg}}{8.0 \text{ kg}} \\
 &= 0.75 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

A aceleração relativa de A em relação a B é

$$\begin{aligned}
 a'_A &= a_A - a_B \\
 &= 2.0 - 0.75 \\
 &= 1.25 \text{ m/s}^2.
 \end{aligned}$$

O deslocamento de A no referencial ligado a B é

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{2} a'_A t^2 \\
 t &= \sqrt{\frac{2x}{a'_A}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 3 \text{ m}}{1.25 \text{ m/s}^2}} \\
 &= 2.2 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

b) Qual o deslocamento do bloco B neste processo?

Neste intervalo de tempo, B desloca-se de

$$\begin{aligned}
 x_B &= \frac{1}{2} a_B t^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times (0.75 \text{ m/s}^2) \times (2.2 \text{ s})^2 \\
 &= 1.8 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

P5 - Um satélite de 300 kg está numa órbita circular em torno da Terra a uma altitude igual ao raio médio da Terra. Determine,

a) a velocidade orbital do satélite,

a) O raio da Terra pode ser determinado de:

O metro é a décima milionésima parte do quarto do meridiano terrestre, isto é

$$1 \text{ m} = \frac{1}{10000000} \times \frac{1}{4} \times 2\pi R$$

em que R é o raio da terra.

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{20000000}{\pi} \text{ m} \\
 &= 6.4 \times 10^6 \text{ m}
 \end{aligned}$$

O módulo da força gravitacional, ou gravítica, que actua no satélite é

$$F_G = G \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Agora, o raio da trajectória, r , é $r = 2R$ e temos

$$\begin{aligned}v^2 &= \frac{GM}{r} \\ &= \frac{GM}{2R} = \frac{g}{2}R\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 5600 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

b) o seu período de revolução,

O período, T , pode ser tirado de

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\begin{aligned}T &= \frac{2\pi R}{v} \\ &= \frac{2\pi \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}{5600 \text{ m/s}} \\ &= 7.18 \times 10^3 \text{ s} \\ &= \frac{7.18 \times 10^3 \text{ s}}{3600 \text{ s/h}} \\ &= 2.0 \text{ h}.\end{aligned}$$

c) a força gravitacional que é exercida sobre ele

A força gravitacional é

$$\begin{aligned}F_G &= G \frac{mM}{(2R)^2} \\ &= m \frac{GM}{4R^2} \\ &= m \frac{g}{4} \\ &= 300 \text{ kg} \times \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{4} \\ &= 735 \text{ N} \\ &= m \frac{v^2}{2R} \\ &= 735 \text{ N}\end{aligned}$$

.ou

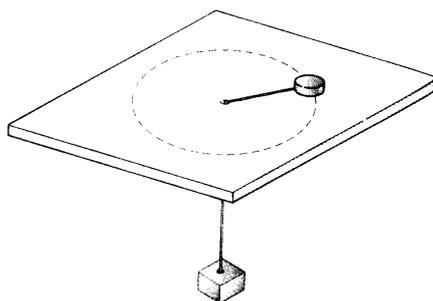
$$\begin{aligned}F_G &= m \frac{v^2}{2R} \\ &= 735 \text{ N}\end{aligned}$$

P6 - O Tarzan ($m = 85.0 \text{ kg}$) tenta atravessar um rio agarrado a uma trepadeira baloiçando-se. A trepadeira tem um comprimento de 10.0 m e a velocidade do Tarzan no ponto mais baixo da oscilação é 8.00 m s^{-1} . Ele não sabe que a trepadeira parte sob uma tensão de 1000 N . Conseguirá ele atravessar o rio em segurança?

No ponto mais baixo, temos

$$\begin{aligned}T - P &= \frac{mv^2}{r} \\T &= mg + \frac{mv^2}{r} \\&= 85 \times 10 + \frac{85 \times 8.00^2}{10} \\&= 1.39 \times 10^3 \text{ N.}\end{aligned}$$

P7 - Um pequeno disco de massa 0.250 kg está ligado a um fio e roda segundo um círculo de raio 1.00 m sobre uma mesa horizontal sem atrito, como se mostra na figura. O fio passa através de um buraco no centro da mesa e uma massa de 1.00 kg está ligada à outra extremidade. A massa suspensa permanece em equilíbrio enquanto o disco roda.



a) Qual é a tensão na corda?

As forças que actuam sobre o disco são o peso, a normal à mesa e a tensão da corda, que é centrípeta. Segundo um eixo radial apontando para o centro, a 2.^a lei de Newton exprime-se na forma

$$\begin{aligned}T_1 &= m_1 a \\&= m_1 \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

As forças que actuam na massa pendurada são o seu peso e a tensão da corda:

$$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = 0$$

ou

$$T_2 = m_2 g.$$

Portanto $T_2 = T = m_2 g = 1.00 \times 10 = 10 \text{ N}$.

b) Qual é o módulo da força central que actua no disco?

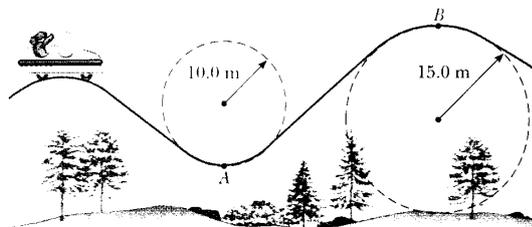
É a força $T_1 = T = 10 \text{ N}$.

c) Qual é o módulo da velocidade do disco?

Temos

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{T_1 r}{m_1}} \\&= \sqrt{\frac{10 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{0.250 \text{ kg}}} \\&= 6.3 \text{ m/s.}\end{aligned}$$

P8 - Na montanha russa que se mostra na figura, o carro tem uma massa de 500 kg quando cheio de passageiros.



a) Se o carro tem uma velocidade de 20.0 m s^{-1} no ponto A, qual é o módulo da força exercida pelo carril no carro nesse ponto?

No ponto A

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

ou

$$\begin{aligned} -P + N &= m \frac{v^2}{r} \\ N &= m \left(g + \frac{v^2}{r} \right) \\ &= 500 \text{ kg} \left(10 \text{ m/s}^2 + \frac{(20 \text{ m/s})^2}{10 \text{ m}} \right) \\ &= 2.5 \times 10^4 \text{ N.} \end{aligned}$$

b) Qual é o módulo da velocidade máxima que o carro pode ter em B para permanecer no carril?

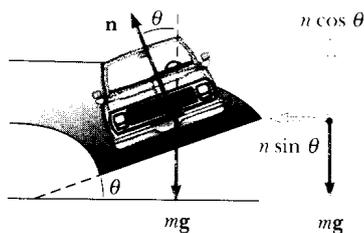
No ponto B,

$$P - N' = m \frac{v'^2}{r'}$$

A velocidade máxima para permanecer no carril é dada pela equação anterior, com $N' = 0$, ou

$$\begin{aligned} v' &= \sqrt{gr'} \\ &= \sqrt{10 \text{ m/s}^2 \times 15 \text{ m}} \\ &= 12 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

P9 - Um carro contorna uma curva inclinada como se mostra na figura. O raio de curvatura da estrada é R , ângulo de inclinação é θ , e o coeficiente de atrito estático é μ . Determine:



a) o domínio de módulos da velocidade que o carro pode ter sem que escorregue para cima ou para baixo na estrada,

A 2.^a lei de Newton exprime-se na forma

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_a = m\vec{a}$$

ou

$$\begin{aligned} x &: -N \sin \theta + \alpha f_a \cos \theta = ma_x \\ y &: -mg + N \cos \theta + \alpha f_a \sin \theta = ma_y \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}a_x &= -\frac{v^2}{r} \\ f_a &\leq \mu N\end{aligned}$$

e $\alpha = 1$ se a força de atrito aponta para cima, $\alpha = -1$ se a força de atrito aponta para baixo. Não escorregamento significa $a_y = 0$.

$$\begin{aligned}-mg + N \cos \theta + \alpha f_a \sin \theta &= 0 \\ -N \sin \theta + \alpha f_a \cos \theta &= -m \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

ou. com $f_a = \mu N$

$$\begin{aligned}-mg + N (\cos \theta + \alpha \mu \sin \theta) &= 0 \\ N (\sin \theta - \alpha \mu \cos \theta) &= m \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}N &= mg / (\cos \theta + \alpha \mu \sin \theta) \\ v^2 &= rg (\sin \theta - \alpha \mu \cos \theta) / (\cos \theta + \alpha \mu \sin \theta)\end{aligned}$$

obtendo-se

$$\begin{aligned}v_{\max}^2 &= rg (\sin \theta + \mu \cos \theta) / (\cos \theta - \mu \sin \theta) & \alpha = -1 \\ v_{\min}^2 &= rg (\sin \theta - \mu \cos \theta) / (\cos \theta + \mu \sin \theta) & \alpha = +1\end{aligned}$$

b) o valor mínimo de μ que permita que a que a velocidade tenha módulo mínimo nulo.

$$\begin{aligned}v_{\min} &= 0 \Rightarrow \mu = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \tan \theta\end{aligned}$$

c) o domínio de módulos de velocidades possível para $R = 100$ m, $\theta = 10^\circ$, e $\mu = 0.10$.

P10 - Um objecto de 0.500 kg está suspenso por um fio do tecto de um camião em movimento acelerado. Se o módulo da aceleração do camião é $a = 3.00$ m s⁻¹, determine:

- o ângulo que a corda faz com a vertical,
- a tensão na corda.

As forças que actuam no objecto são a tensão da corda e o peso:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

ou

$$\begin{aligned}x &: T \sin \theta = ma \\ y &: T \cos \theta - P = 0\end{aligned}$$

ou

$$\tan \theta = \frac{a}{g}$$

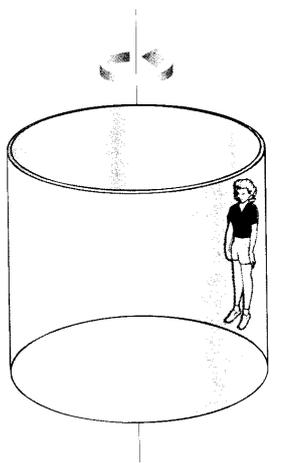
e

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{3.00 \text{ m/s}^2}{10.0 \text{ m/s}^2} \\ &= 16.7^\circ\end{aligned}$$

E

$$\begin{aligned} T &= \frac{ma}{\sin \theta} \\ &= \frac{0.500 \text{ kg} \times 3.00 \text{ m/s}^2}{\sin 16.7^\circ} \\ &= 16.7^\circ. \end{aligned}$$

P11 - Num parque de diversões, uma das atrações consiste num grande cilindro colocado verticalmente rodando em torno do seu eixo com suficiente rapidez para que qualquer pessoa dentro dele fique presa contra a parede quando o chão é retirado, como se mostra na figura. O coeficiente de atrito estático entre a pessoa e a parede é μ_s e o raio do cilindro é R .



- a) Mostre que o período de revolução máximo necessário para impedir que a pessoa caia é $T = (4\pi^2 R \mu_s / g)^{1/2}$. Obtenha o valor numérico para T se $R = 0.40$ m e $\mu_s = 0.400$.
- b) Quantas revoluções por minuto dá o cilindro neste caso?

P12 - Um objecto de 9.00 kg parte do repouso e move-se através de um fluido viscoso sujeito a uma força resistiva $\vec{R} = -b\vec{v}$, onde \vec{v} é a velocidade do objecto. Se o objecto atinge em 5.54 s uma velocidade cujo módulo é metade do valor do módulo da sua velocidade terminal, determine:

- a) a velocidade terminal do objecto,
b) o instante em que a velocidade do objecto é igual a três quartos da sua velocidade terminal,
c) a distância viajada pelo objecto nos primeiros 5.54 s do movimento.

P13 - Considere um pêndulo cónico com uma massa de 80.0 kg e um fio com 10.0 m que faz um ângulo de 5.00° com a vertical. Determine:

- a) as componentes horizontal e vertical da força exercida pelo fio sobre a massa,
b) a aceleração radial da massa.

Folha de Cálculo:

S1 - Uma pessoa tem de mover uma caixa de 65 kg que está em repouso no chão. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o chão é 0.48. Uma força de módulo F é aplicada na caixa, fazendo um ângulo de θ com a horizontal.

a) Utilize uma folha de cálculo para calcular a força necessária para mover a caixa para uma sequência de ângulos. Considere o ângulo θ como positivo se a força tem uma componente para cima, e negativo se a força tem uma componente para baixo. Faça um gráfico de F em função de θ , e a partir dele determine a força mínima necessária para mover a caixa. Com que ângulo deve a força ser aplicada?

b) Investigue o que acontece quando se muda o coeficiente de atrito.

S2 - Um paraquedista de 50.0 kg salta de um avião e cai para a Terra sofrendo uma força resistiva de módulo $R = Kv^2$. Considere $K = 0.200 \text{ kg m}^{-1}$ quando o páraquedas está fechado e $K = 20.0 \text{ kg m}^{-1}$ quando ele está aberto. Considere que o páraquedista começa a descer a uma altitude de 1000 m, e cai em queda livre durante 10 s antes de abrir o páraquedas.

a) Determine a velocidade terminal do páraquedista antes e depois de o páraquedas se abrir.

b) Utilize uma folha de cálculo para determinar a posição e a velocidade do páraquedista em função do tempo.

(Sugestão: Quando o páraquedas se abre dá-se um súbito aumento da aceleração, pelo que pode ser necessário usar intervalos de tempo mais pequenos nesta região).

S3 - Um projectil de 10.0 kg é lançado com uma velocidade inicial de 150 m s^{-1} , fazendo um ângulo de 35.0° com a horizontal. A força resistiva que actua no projectil é $\vec{R} = b\vec{v}$, onde $b = 15.0 \text{ kg s}^{-1}$.

a) Utilize uma folha de cálculo para determinar as posições horizontal e vertical do projectil em função do tempo.

b) Determine o alcance deste projectil.

c) Determine o ângulo de lançamento que dá o alcance máximo para este projectil. (Sugestão: ajuste o ângulo por tentativas para encontrar o alcance máximo).

Nota: Quando a resistência do ar é incluída o alcance máximo não ocorre necessariamente para $\theta_0 = 45^\circ$.